南昌市2022年初三年级第一次调研检测试卷

数学参考答案及评分意见

一、选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

1．A　2．D　3．C　4．B　5．B　6．A

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

7．6.6×10^{11}　8．$-3x+4y$　9．$54°$　10．12π　11．6　12．1或2或$2-\sqrt{3}$

三、（本大题共5小题，每小题6分，共30分）

13．（1）解：原式$=\dfrac{4}{a-2}-\dfrac{a+2}{a-2}$ ……………………1分

$=\dfrac{2-a}{a-2}$ ……………………2分

$=-1$． ……………………3分

（2）方法一：解：∵$x+y=2$，

∴$x=2-y$， ……………………4分

∵$y<1$，

∴$x>1$． ……………………6分

方法二∵$x+y=2$，

∴$y=2-x$， ……………………4分

∵$y<1$，

∴$2-x<1$

∴$x>1$． ……………………6分

14．证明：方法一：∵四边形$ABCD$、四边形$EFGH$均为矩形，

∴$\angle ABO=\angle AEF=\angle BAD=90°$，

∴$\angle AOB=\angle EAF$， ……………………2分

∵矩形$ABCD$≌矩形$EFGH$，

∴$AB=EF$，

①∴$\triangle ABO\cong\triangle FEA$，……………………6分

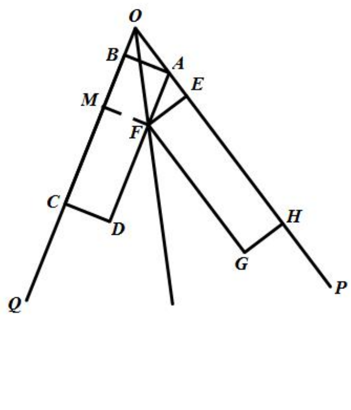
②∴$OA=AF$，$\angle FOA=\angle OFA=\angle FOB$， ……………………6分

③∴OF平分$\angle POQ$. ……………………6分

方法二：过点F作$FM\perp OQ$于M,

∵$FM=AB=FE$，

∴OF平分$\angle POQ$. ……………………6分



15．解：（1）9；……………………1分

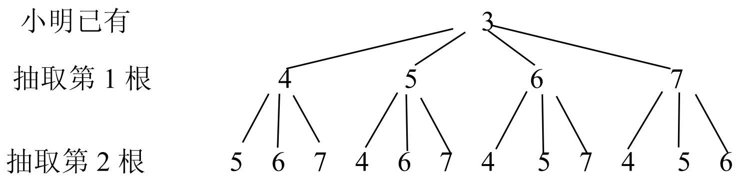
（2）设初三（1）胜了x场，则负（9－x）场，

根据题意得：$2x+$（9－x）=15，

解得：$x=6$． ……………………5分

答：这个班胜了6场． ……………………6分

16．解：（1）方法一：根据题意画树状图：…………………………………………………4 分



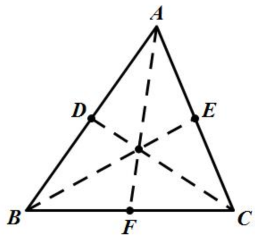
方法二：列表法：………………………………………………………………………4 分

第1根 / 第2根	4	5	6	7
4		（5，4）	（6，4）	（7，4）
5	（4，5）		（6，5）	（7，5）
6	（4，6）	（5，6）		（7，6）
7	（4，7）	（5，7）	（6，7）	

（2）一共有 12 种等可能的结果，其中能搭成三角形的有 10 种，

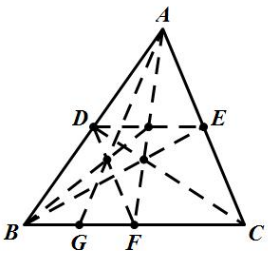
$\therefore P$(能搭成三角形)$=\dfrac{10}{12}=\dfrac{5}{6}$. ………………………………………………………6 分

17．解：（1）



如图所示，点 F 为所求作的点……………………3 分

（2）



如图所示，点 G 为所求作的点……………………6 分

四、（本大题 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

18．（1）$a=4$，$b=5$，$c=91$，$d=90$；　　　……………………………………………4 分

（2）$500\times\dfrac{13}{20}=325$(人)　………………………………………………………6 分

答：估计成绩不低于 90 分的人数为 325 人．…………………………………………7 分

（3）社区服务中心定期开展专题讲座；

学校开展“小手牵大手”活动，对学生进行一盔一带安全出行相关知识普及；

通过媒体在公共场合投放一些公益宣传等．

列举一种行之有效的方法即可．……………………………………………………8 分

19．解：（1）$AE=BF$，$PM=PN$，$AF=BE$，$AM=BN$；……………………………………………4 分

（2）方法一：∵$PA=PB$，$PM=PN$

$\therefore \dfrac{PM}{PA}=\dfrac{PN}{PB}$

∵$\angle P=\angle P$，　　∴$\triangle PMN\backsim\triangle PAB$

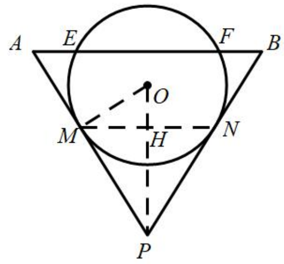
∴$\angle PMN=\angle PAB$

∴$MN\parallel AB$；……………………………………………………………………………6 分

方法二：∵$PA=PB$，$PM=PN$，

$\therefore \angle PMN=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle P)$

$\angle PAB=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle P)$



∴$\angle PMN=\angle PAB$

∴$MN\parallel AB$；……………………………………………………………………………6 分

（3）连接 OM，OP，交 MN 于点 H.

∵$PM=PN$，$\angle P=60°$，

∴$\triangle PMN$ 为等边三角形，$OP\perp MN$.

∴$MH=\dfrac{1}{2}MN=3$.

∵PA 为⊙O 的切线，

∴$OM\perp PA$，

∴$\angle OMH=30°$.

∴$OM=2\sqrt{3}$，即⊙O 的半径为$2\sqrt{3}$. ……………………………………………8 分

20．证明：（1）方法一：如图 1 连接 AB.

∵$DB=AD$，$CA=CB$，

∴$\angle DBA=\angle DAB$，$\angle CBA=\angle CAB$.

∴$\angle DBC=\angle DAC$. ……………………………………………………………………2 分

方法二：如图 2，连接 CD，

则$\triangle ADC\cong\triangle BDC$（SSS）

∴$\angle DBC=\angle DAC$. ……………………………………………………………………2 分

（2）①方法一：如图 3，延长 CD 交 AB 于点 F.

∵$DB=AD$，$CA=CB$. ∴CF 是线段 AB 的垂直平分线；

∴$CF\perp AB$ 于点 F；$BF=\dfrac{1}{2}AB$.

$\therefore S_{四边形ACBD}=S_{\triangle DCB}+S_{\triangle DCA}=2\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}AB\cdot CD$

$=\dfrac{1}{2}AB\cdot CD$. ……………………………………………………………………5 分

方法二：

$\therefore S_{四边形ACBD}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot CF-\frac{1}{2}AB\cdot DF=\frac{1}{2}AB\cdot(CF-DF)=\frac{1}{2}AB\cdot CD$ …………5 分

②如图 4，延长 CD 交 AB 于点 F.

∵$DB=AD$，$CA=CB$，∴CF 是线段 AB 的垂直平分线；

∴$CF\perp AB$ 于点 F；$BF=\frac{1}{2}AB$.

∵$\angle ACB=60°$，$\angle ADB=90°$，∴$\triangle CAB$ 是等边三角形，$\triangle BAD$ 是等腰直角三角形.

∵$AD=a$，∴ $AB=\sqrt{2}a,AF=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}a,CF=\frac{\sqrt{6}}{2}a.\therefore CD=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}a$.

由①可知：

$$S_{四边形ACBD}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=\frac{1}{2}\sqrt{2}a\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}a=\frac{\sqrt{3}-1}{2}a^{2}.$$ ……………………8 分

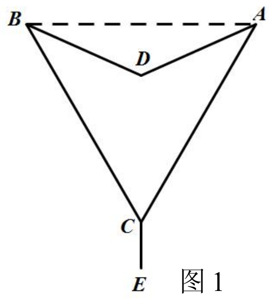


图 1

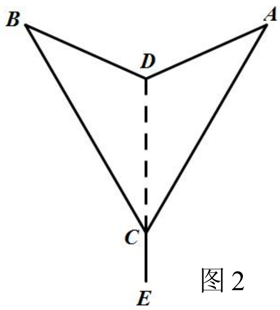


图 2

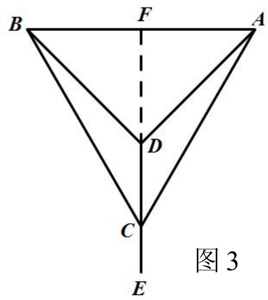


图 3

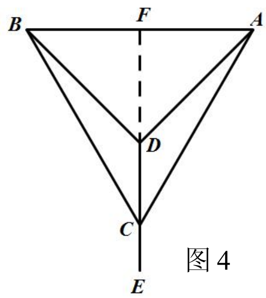


图 4

五、（本大题 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21．解：（1）①是 ……………………………………………………………1 分

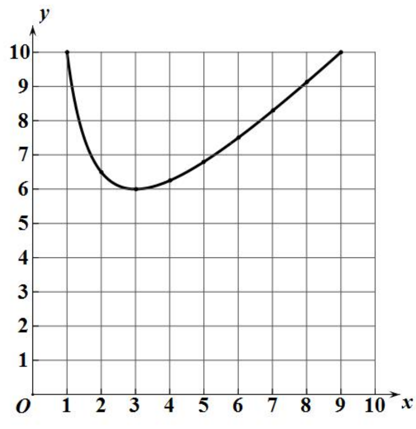
② $y=x+\frac{9}{x}$；……………………………………………………2 分

③$1\le x\le 9$；……………………………………………………4 分

（2）…………………………………………………………………6 分

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	10	6.5	6	6.3	6.8	7.5	8.3	9.1	10

如图所示…………………………………………8 分



（3）该函数图像的性质：…………………………………9 分

①开口向上；

②y 的最小值 $y=6$.

22．解：（1）将点 $A_1\left(m，m^2\right)$代入 $y=ax^2$ 中，得 $am^2=m^2$．……………………1 分

∵$m≠0$，∴$a=1$．……………………………………………………………………2 分

（2）① A_n（$2^{n-1}m$，$4^{n-1}m^2$），B_n（$2^n m$，$4^{n-1}m^2$），

C_n（$3\times2^{n-2}m$，$4^{n-1}m^2$），……………………………………5 分

②设 $x=3\times2^{n-2}m=\frac{3}{2}\times\left(2^{n-1}m\right)$，$y=4^{n-1}m^2=\left(2^{n-1}m\right)^2$，

∴ $y=\frac{4}{9}x^2$．……………………………………………………………7 分

（3）① 8 ……………………………………………………………………8 分

② 8 ……………………………………………………………………9 分

六、（本大题共 12 分）

23．（1）证明：∵$BM⊥l$，$DN⊥l$，

∴$∠AND=∠AMB=90°$，

∵$∠ADN+∠DAN=90°$，$∠BAM+∠DAN=90°$，

∴$∠ADN=∠BAM$，

∴$△ABM∽△DAN$；……………………………………………………………2 分

（2）解：由（1）可知$△ABN∽△NCM$，

∴ $\frac{S_{\triangle ABN}}{S_{\triangle NCM}}=\left(\frac{MN}{AN}\right)^2=\left(\frac{CN}{AB}\right)^2=\frac{1}{4}$，

∴ $\frac{MN}{AN}=\frac{CN}{AB}=\frac{1}{2}$，

由翻折可知$∠DAM=∠MAN$，$∠D=∠ANM=90°$，

∴$\tan∠DAM=\tan∠MAN=\frac{MN}{AN}=\frac{1}{2}$．……………………………………5 分

设 $CN=a$，$MN=b$ 则 $AB=2a$，$AN=2b$，$BN=2b-a$

在 Rt$△ABN$ 中，$\left(2a\right)^2+\left(2b-a\right)^2=\left(2b\right)^2$，解得 $b=\frac{5}{4}a$，

∴$\tan∠ANB=\frac{AB}{BN}=\frac{2a}{\frac{3}{2}a}=\frac{4}{3}$

∵$∠DAN=∠ANB$，∴$\tan∠DAN=\frac{4}{3}$．……………………………………8 分

（3）①由（1）可知$△APS∽△BQP∽△CRQ∽△DSR$

∵$PS=QR$，$PQ=RS$，

∴$△APS≌△CRQ$，$△BQP≌△DSR$，

由$△APS∽△BQP$ 可得 $AP=\frac{n}{m}BQ$，$AS=\frac{n}{m}BP=CQ$，

∵$AP+PB=2$，$BQ+CQ=2$，

∴$\frac{n}{m}BQ+BP=2$（ⅰ）　　　$BQ+\frac{n}{m}BP=2$（ⅱ）

由（ⅰ）—（ⅱ）可得$\left(1-\frac{n}{m}\right)\left(BQ-BP\right)=0$

∵$m\neq n$，∴$BQ=BP$. ∴$\angle BPQ=45°$，∴$\angle APS=45°$.

②由（ⅰ）+（ⅱ）可得$\left(1+\frac{n}{m}\right)\left(BQ+BP\right)=4$

∴$\left(1+\frac{n}{m}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}m+\frac{\sqrt{2}}{2}m\right)=4$，∴$m+n=2\sqrt{2}$

∴矩形$PQRS$的周长为$4\sqrt{2}$. ……………………………………………………12分

方法二：①设$\angle APS=\alpha$，则$\angle PQB=\angle QRE=\alpha$

$PB=m\sin\alpha$，$BQ=m\cos\alpha$，$AP=n\cos\alpha$，$QC=n\sin\alpha$

∵$AP+PB=BQ+CQ=2$

∴$n\cos\alpha+m\sin\alpha=m\cos\alpha+n\sin\alpha=2$

m（$\sin\alpha-\cos\alpha$）$=n$（$\sin\alpha-\cos\alpha$）

∵$m\neq n$，∴$\sin\alpha-\cos\alpha=0$，$\tan\alpha=1$，$\alpha=45°$

②∴$\frac{\sqrt{2}}{2}(m+n)=2$，$m+n=2\sqrt{2}$

∴矩形$PQRS$的周长为$4\sqrt{2}$. ……………………………………………………12分

方法三：①设$AS=x$，$AP=y$

∵$\triangle APS\backsim\triangle BQP$，$\triangle APS\cong\triangle CQR$

∴$AS=CQ=x$，$BP=2-y$，$BQ=2-x$.

∴$\frac{AS}{BP}=\frac{AP}{BQ}$

∴$\frac{x}{2-y}=\frac{y}{2-x}$

∴$(x-y)(x+y-2)=0$

∵$PQ=m$，$QR=n$（$m\neq n$）

∴$x+y\neq 2$

∴$x-y=0$

∴$x=y$

∴$\angle APS=45°$

②$C_{矩形PQRS}=2PQ+2PS=2\sqrt{2}(2-x)+2\sqrt{2}x=4\sqrt{2}$ ………………………12分