

准考证号 _____ 姓名 _____

(在此卷上答题无效)



江西省 2021 年初中学业水平考试

数学试题卷

说明:1. 全卷满分 120 分,考试时间 120 分钟。

2. 请将答案写在答题卡上,否则不给分。

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

1. $-3, -2, 0, \sqrt{2}$ 中最小的数是

- A. -3 B. -2 C. 0 D. $\sqrt{2}$

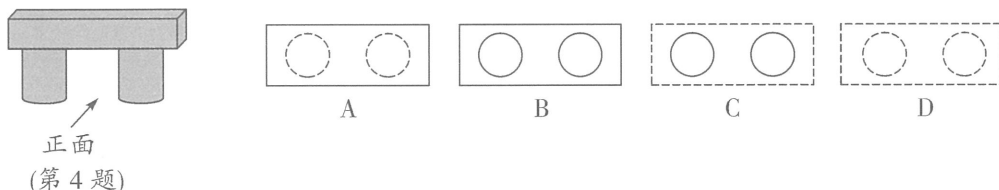
2. 下列运算正确的是

- A. $3a - a = 2$ B. $(-2a)^2 = -4a^2$ C. $-a^6 \div a^4 = -a^2$ D. $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$

3. 2021 年 5 月 11 日,第七次全国人口普查数据结果公示,江西人口总数将近 45190000 人,人口数量基数排全国第 13 位.将数据 45190000 用科学记数法表示为

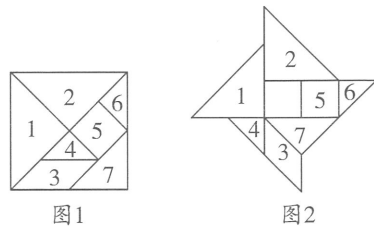
- A. 45.19×10^6 B. 4.519×10^7 C. 4.519×10^6 D. 0.4519×10^8

4. 如图是由三块积木搭成的几何体,则它的俯视图是



5. 七巧板是由可以错综分合的案几演化而来,它是一种拼板玩具,体现了我国古代劳动人民的智慧.如图 1,将一块正方形薄板分为 7 块,其中包括 5 块大小不等的三角形,1 块正方形和 1 块平行四边形,图 2 是由图 1 拼成的风车形状,则下列等式错误的是

- A. $S_5 + S_7 = S_2$
 B. $2S_6 = S_3$
 C. $S_7 = \frac{1}{3}S_1$
 D. $S_7 = S_3$



(第 5 题)

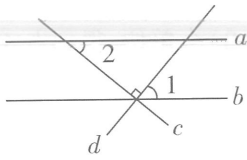
6. 已知二次函数 $y = x(x + 2m - 1) + m^2 - 2m$ (x 为自变量)的图象与 x 轴有两个交点,且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,则实数 m 的取值范围为

- A. $m > -\frac{1}{4}$ B. $m \leq \frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4} < m \leq \frac{1}{2}$ D. $m \geq \frac{1}{2}$

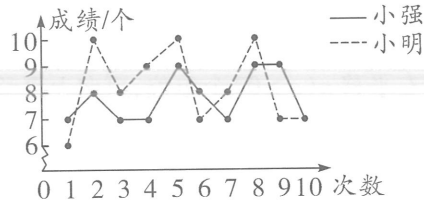
二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

7. 计算: $-3 - 2 =$ _____.

8. 如图,直线 $a \parallel b, c \perp d, \angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____.



(第8题)

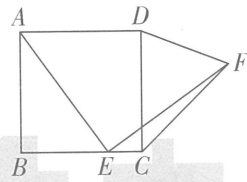


(第9题)

9. 如图为小强和小明最近10次引体向上测试成绩的折线统计图,则这10次测试中发挥更稳定的是 _____.

10. 若 α, β 是关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 3x + 1 = 0$ 的两实根, 已知 $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{4}{m}$, 则 $m =$ _____.

11. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{2}$, 点 E 是 BC 上一点, 连接 AE , 将 AE 绕点 E 顺时针旋转 90° 得到 EF , 连接 DF, CF , 若 $DC = CF$, 则 $\triangle EFC$ 的面积为 _____.



(第11题)

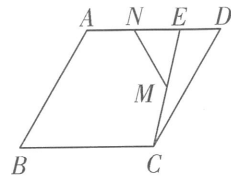
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, A, B 两点坐标分别为 $A(0, \sqrt{3}), B(3, \sqrt{3})$, 点 P 为 x 轴上的一点(不与原点重合), 若点 P 到这两点的距离之比为 $1:2$, 则 $\cos \angle APO =$ _____.

三、(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. (本题共2小题,每小题3分)

(1) 计算: $\frac{1}{a-1} - \frac{a+2}{a^2-2a+1} \div \frac{2a+4}{a-1}$;

(2) 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle D = 60^\circ$, E 是 AD 上一点, M, N 分别是 CE, AE 的中点, 且 $MN = 2$, 求菱形 $ABCD$ 的周长.



14. 解不等式组 $\begin{cases} -2x < x + 3 \\ x - \frac{x-1}{2} \leq 1 \end{cases}$, 请画出数轴, 并在数轴上表示解集.

15. 某公司在六一儿童节来临之际,为员工子女准备了价格不同的三种礼物,员工通过抽签的方式随机选择礼物类型:将 A (书包)、 B (滑板鞋)、 C (儿童手表)分别写在无差别的三个乒乓球上,将其放在不透明的盒子中摇匀,员工老李先从中随机摸出一个球,记下结果后放回摇匀,再由老张从中随机摸出一个,记下结果后放回.

(1)老李没有抽中“书包”是_____事件,老张抽中“笔记本电脑”是_____事件(填“不可能”或“必然”或“随机”);老李抽中“滑板鞋”的概率为_____;

(2)试用画树状图或列表的方法表示出所有可能的结果,并求出老李和老张抽中相同礼物的概率.

16. 如图, AB 是半 $\odot O$ 的直径, $\text{Rt}\triangle BOC$ 的斜边 BC 与半 $\odot O$ 相交于点 D ,且 $CD = BD$,请仅用无刻度的直尺分别按下列要求作图(保留作图痕迹).

(1)在图 1 中,作 $\angle CBO$ 的平分线 BE ;

(2)在图 2 中,作 $\triangle BCO$ 的高 OQ .

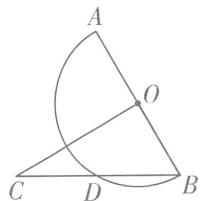


图 1

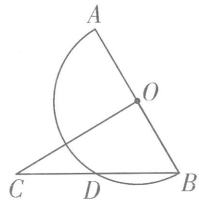


图 2

17. 科学计算器是一种常见的生活和学习工具,它有着重要的作用. 根据市场需求,某文具店代售 A, B 两种品牌的科学计算器,下表为其中两次的进货情况:

项目	进货数量(个)		进货花费(元)
	A 品牌	B 品牌	
第一次	10	15	510
第二次	15	20	720

(1)求 A, B 两种品牌科学计算器的进货单价;

(2)该文具店某次进货时,恰好赶上厂家的优惠活动,活动有两种方案:

方案一:购买 A, B 两种品牌的科学计算器,每满 10 个赠送 2 个 B 品牌科学计算器;

方案二: A, B 两种品牌的科学计算器均按 8.5 折计算.

(注:厂家规定,两种优惠方案不能同时使用)

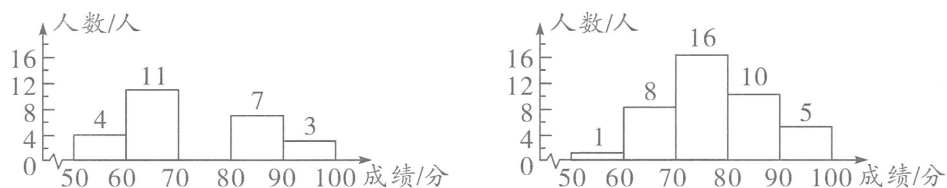
若该文具店老板计划购进 A, B 两种品牌的科学计算器共 50 个,且两种品牌的数量均不少于 20 个. 请你帮老板算一算,如何购买能使花费最少?

四、(本大题共3小题,每小题8分,共24分)

18. 2021年是中国共产党建党100周年,为缅怀中华民族近代史上为民族独立和人民幸福而奋斗的先烈们,某校组织七、八年级学生开展“近代史知识知多少”的竞赛活动(满分为100分).并随机抽取七年级、八年级部分参赛学生的成绩(单位:分)进行分段整理,(成绩 x 分段为: $50 \leq x < 60, 60 \leq x < 70, 70 \leq x < 80, 80 \leq x < 90, 90 \leq x \leq 100, x$ 均为整数)得到如下信息:

a. 七、八年级学生近代史知识竞赛成绩频数分布直方图:

七年级学生近代史知识竞赛成绩频数分布直方图 八年级学生近代史知识竞赛成绩频数分布直方图



b. 七年级成绩在 $70 \leq x < 80$ 的数据:74,72,72,73,74,76,72,77,78,70,77,79,72,70,76.

c. 七、八年级学生近代史知识竞赛成绩的相关统计量:

	平均数	中位数	众数
七年级学生竞赛成绩	73	n	86
八年级学生竞赛成绩	76	78	88

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 写出表中 n 的值,并补全七年级学生近代史知识竞赛成绩频数分布直方图;

(2) 若该校七、八年级学生各有400人参加了此次竞赛,并将这些学生的成绩进行排名,共有80名学生获奖.

① 估计获奖学生的最低成绩至少为_____分;

② 请你估计八年级有多少名学生获奖;

(3) 请利用上述统计图表,分析哪个年级学生的近代史知识竞赛成绩更好,并说明理由.

19. 为增强学生体质,感受中国的传统文化,某校将国家非物质文化遗产——“抖空竹”引入阳光特色大课间.图1是某同学“抖空竹”时的示意图,图2、图3分别是其抽象示意图,其中点 E 代表空竹,抖杆 $AB \parallel CD$,抖杆端点 A, C 在同一水平线上,且 $AC = 70$ cm, $AB = 40$ cm,抖线 $A-E-C$ 的长为160 cm.

(1) 如图2,当空竹 E 被抖到最低点时(点 E 在抖线 $A-E-C$ 的中点),求 $\angle AEC$ 的度数;

(2) 如图3,当空竹 E 与 C, B 共线时, $\angle EAB = 90^\circ$, $\angle ECD = 110^\circ$,求点 E 到 AC 的垂直距离(结果精确到1 cm).

(参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.34, \cos 20^\circ \approx 0.94, \tan 20^\circ \approx 0.36, \sin 26^\circ \approx 0.44, \cos 26^\circ \approx 0.90, \tan 26^\circ \approx 0.49$)



图1

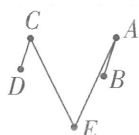


图2

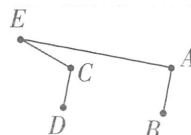


图3

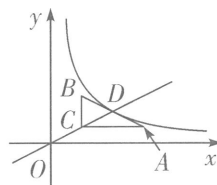
20. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点分别为 $A(6,1), B(2,3), C(2,1)$, 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与 AB 交于点 D , 点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 把 $\triangle ABC$ 向右平移 $a (a > 0)$ 个单位, 再向上平移 $b (b > 0)$ 个单位, 得到点 A', B' , 且 A', B' 同时落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上.

① 求 a, b 的值;

② 求 $A'B'$ 所在直线的解析式.



五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

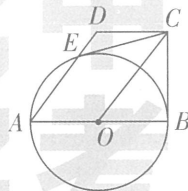
21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的切线, 以 AO, OC 为邻边作 $\square AOCD$, 边 AD 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 EC .

(1) 求证: EC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB = 6, \tan \angle COB = \frac{4}{3}$.

① 求 AE 的长;

② 求 $\sin \angle DCE$ 的值.



22. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与 x 轴的非负半轴相交于 A, B 两点 (A 在 B 的左边), 顶点为 C .

(1) 求 A 点坐标, 并判断 ab 的符号;

(2) 若 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 求 b 的值;

(3) 已知抛物线 $y_n = a_n x^2 + b_n x (a_n > 0, n$ 为正整数) 与 x 轴正半轴相交于点 $B_n (n, 0)$, 顶点为 C_n , 当 $n = 1$ 时, 抛物线 $y_1 = a_1 x^2 + b_1 x (a_1 > 0)$ 与 x 轴正半轴相交于点 B_1 , 顶点为 C_1 ; 当 $n = 2$ 时, 抛物线 $y_2 = a_2 x^2 + b_2 x (a_2 > 0)$ 与 x 轴正半轴相交于点 B_2 , 顶点为 C_2 , 依次类推, 已知 $\triangle AB_n C_n$ 是等腰直角三角形.

① 求 a_n 与 n 之间的关系式;

② 若直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与抛物线 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ 在第一象限内分别交于点 $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$, 求证: $C_n D_n \parallel C_{n+1} D_{n+1}$.

六、(本大题共 12 分)

23. 定义:如图 1, $\triangle DEF$ 的顶点 D, E, F 都在 $\triangle ABC$ 的外部,若 $\angle DAC = \angle CBE = 45^\circ$, $\angle DCA = \angle BCE = 30^\circ$, $\angle FAB = \angle FBA = 15^\circ$, 则称 $\triangle DEF$ 为 $\triangle ABC$ 的“外唯三角形”, DF, EF 为“外唯边”, $\angle DFE$ 为“外唯角”.

【特例感知】

(1) ①如图 2, 已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\triangle DEF$ 为 $\triangle ABC$ 的“外唯三角形”, 若 $AC = 2$, 则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle DFE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

②如图 3, 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, $\triangle DEF$ 为 $\triangle ABC$ 的“外唯三角形”, 若 $AC = \sqrt{3} + 1$, 则 $DF = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle DFE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

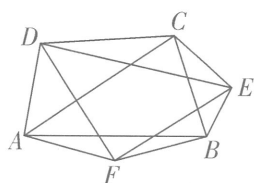


图 1

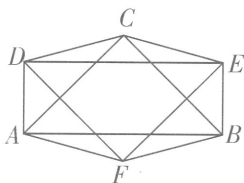


图 2

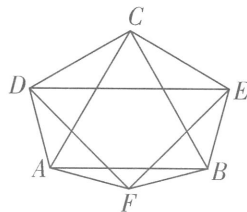


图 3

【猜想论证】

(2) 如图 1, 当 $\triangle ABC$ 为任意三角形时, 猜想“外唯边” DF, EF 的数量和位置关系, 并给予证明;

【拓展应用】

(3) 如图 4, 在凸六边形 $ABCDEF$ 中, $\triangle AEF \sim \triangle CED$, 相似比为 2. 已知 $AF = 2\sqrt{2}, EF = 4, AE = 2 + 2\sqrt{3}$, $\angle FAB = \angle ACE = 90^\circ, \angle ABC = \angle BCD$.

①求证: $\triangle FBD$ 为 $\triangle ACE$ 的“外唯三角形”;

②求“外唯三角形” FBD 的面积.

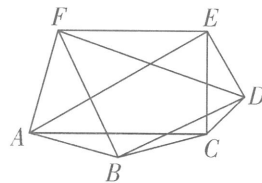


图 4